

Προτασιακός λογισμός: Κανόνες απόδειξης

1. Υπόθεση:

$$\begin{array}{l} \boxed{\begin{array}{l} p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q \end{array}} \\ \hline p \rightarrow q \end{array}$$
 2. Modus Ponendo Ponens

$$\begin{array}{l} p \\ p \rightarrow q \\ \hline q \end{array}$$
 3. Modus Tollendo Tolens

$$\begin{array}{l} \sim q \\ p \rightarrow q \\ \hline \sim p \end{array}$$
 4. Διπλή άρνηση:

$$\begin{array}{l} p \\ \hline \sim \sim p \end{array}$$
 5. Εισαγωγή Λ:

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline (p \wedge q) \end{array}$$
 6. Εισαγωγή V:

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline (p \vee q) \end{array}$$
 7. Εξαγωγή Λ:

$$\begin{array}{l} (p \wedge q) \\ \hline p \\ (p \wedge q) \\ \hline q \end{array}$$
 8. Εξαγωγή V:

$$\begin{array}{l} (p \vee q) \\ (p \rightarrow r) \\ (q \rightarrow r) \\ \hline r \end{array}$$
 9. Εις άτοπον απαγωγή:

$$\begin{array}{l} \boxed{\begin{array}{l} p \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ (q \wedge \sim q) \end{array}} \\ \hline (\sim p) \end{array}$$
 10. Ισοδυναμία:

$$\begin{array}{l} (p \rightarrow q) \\ (q \rightarrow p) \\ \hline (p \leftrightarrow q) \end{array}$$
- Ασκήσεις.** Αποδείξτε τα ακόλουθα:
- 1α.
$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \sim(p \rightarrow \sim q) \end{array}$$
 - 1β.
$$\begin{array}{l} \sim(p \rightarrow \sim q) \\ \hline p \wedge q \end{array}$$
 - 2α.
$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \sim(\sim p \vee \sim q) \end{array}$$
 - 2β. Το αντίστροφο του 2α
 - 3α.
$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \hline \sim(\sim p \wedge \sim q) \end{array}$$
 - 3β. Το αντίστροφο του 3α
 - 4α.
$$\begin{array}{l} p \wedge (q \vee r) \\ \hline (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \end{array}$$
 - 4β. Το αντίστροφο του 4α
 - 5α.
$$\begin{array}{l} p \vee (q \wedge r) \\ \hline (p \vee q) \wedge (p \vee r) \end{array}$$
 - 5β. Το αντίστροφο του 5α
 6.
$$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ \hline q \rightarrow (p \rightarrow r) \end{array}$$